असे हे गणित

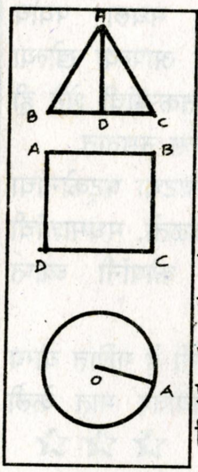
सर्वात हुशार शेतकरी

डॉ. जयंत नारळीकर

एका राजाने आपल्या राज्यातल्या शेतकऱ्यांची परीक्षा घेतली. दर एकरी सर्वात जास्त पीक काढणारे तीन शेतकरी त्यांतून निवडले गेले. पण त्या तिघांत पहिला, दुसरा, तिसरा नंबर लावणे शक्य झाले नाही कारण सर्व निकषांत ते तिघे सारखेच होते. अखेर प्रधानाकडे राजाने विचारणा केली. "यांच्यात नंबर लावून त्यांना योग्य पारितोषिक कसे द्यावे ?"

प्रधान, अर्थातच चतुर होता. त्याने हा प्रश्न असा सोडवला. त्या तिघा शेतकऱ्यांना एकत्र बोलवून त्याने सांगितले,

"तुमच्या कौशल्याबद्दल राजेसाहेब तुम्हाला जमीन देऊ इच्छितात. तुम्ही सर्व चाचण्यांत सारखे यशस्वी झालात तेव्हा तुम्हाला प्रत्येकाला एक किलोमीटर परीघाचा भूखंड मिळेल, खास शाही इस्टेटीतून. भूखंडाचा आकार तुम्ही प्रत्येकाने स्वतः निवडायचा."



शेतकरी खूष झाले. राजाच्या तलाठ्याबरोबर जाऊन त्यांनी आपल्या मनाप्रमाणे भूखंडाचे आकार निवडले. एकाने निवडला समभुज त्रिकोण, दुसऱ्याने चौरस, तर तिसऱ्याने वर्तुळ.

"यातून काय निष्पन्न झाले ?" राजाने विचारले, "तिघांना सारख्याच परीघाचे भूखंड देऊन तू काय साधलेस ?"

"महाराज ! परीघ सारखा असला तरी भूखंडांचे क्षेत्रफळ सारखे नव्हते. मी तुम्हाला हिशेब करून दाखवतो. तुम्हीच पाहाल सर्वात हुषार शेतकऱ्याने सर्वात जास्त भूखंड मिळवला." असे म्हणून प्रधानाने खालील गणित मांडले.

१) त्रिकोण ABC मध्ये AD हा BC वर टाकलेला लंब

$$AB = \frac{1}{3} \text{ कि.मी.}$$

$$BD = \frac{1}{6} \text{ कि.मी.}$$

$$AD = \sqrt{\frac{1}{9} - \frac{1}{36}} \text{ कि.मी.}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{6} \text{ कि.मी.}$$

त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ

$$= \frac{1}{2} \times BC \times AD \text{ वर्ग कि.मी.}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{36} \text{ वर्ग कि.मी.}$$

२) चौरस ABCD ची प्रत्येक बाजू

$= \frac{1}{4}$ कि.मी.

चौरसाचे क्षेत्रफळ $= \frac{1}{16}$ वर्ग कि.मी.

३) वर्तुळाची त्रिज्या OA

$= \frac{1}{2\Pi}$ कि.मी.

वर्तुळाचे क्षेत्रफळ

$= \Pi \times \left(\frac{1}{2\Pi}\right)^2$ वर्ग कि.मी.

$= \frac{1}{4\Pi}$ वर्ग कि.मी.

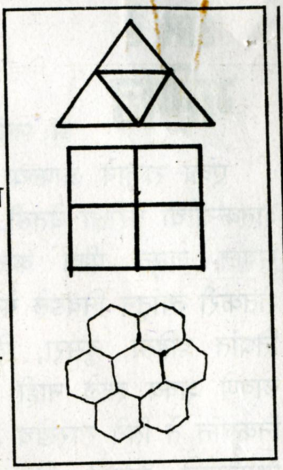
प्रधानाच्या चातुर्यामुळे तीनही शेतकऱ्यांचे नंबर लागून त्यांना त्याप्रमाणे पारितोषिक मिळाले. तुम्ही वरील गणित पूर्ण करून ठरवा कोण पहिला आला.

मधमाशांची पोळी

वरील उदाहरण गणिताच्या एका नियमाचे प्रात्यक्षिक आहे. ठराविक परीघाच्या सर्व आकृतीत वर्तुळाचे क्षेत्रफळ सर्वात जास्त.

त्याचप्रमाणे, समान परीघाच्या सर्व त्रिकोणात समभुज त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ सर्वात जास्त आणि चारभुजांच्या आकृतीत चौरसाचे क्षेत्रफळ सर्वात जास्त. त्यापुढे जाऊन पाच, सहा, सात... समान बाहुंच्या त्याच परीघाच्या आकृतींचे क्षेत्रफळ वाढत्या क्रमाने असते... आणि वर्तुळ ह्या क्रमात सर्वात वर !

आपण ह्याच नियमाने स्वस्तात स्वस्त घर बांधायला गेलो तर त्याच क्षेत्रफळासाठी भिंतीवरचा खर्च वर्तुळाकृती घरात सर्वात कमी. पण हा आकार सोयीचा पडत नाही कारण आतल्या खोल्या वर्तुळाकृती असू शकत नाहीत.



समजा आपण 'स्वस्तात स्वस्त' हा निकष पाळून एकाच आकृतीच्या एकमेकांना चिकटलेल्या खोल्या असलेले घर बांधायला गेलो तर आपल्यापुढे तीनच पर्याय आहेत; समभुज त्रिकोण; चौरस आणि सुसमषट्कोन, त्यांतल्या त्यांत षट्कोनाचा पर्याय सर्वात उजवा. आपण सामान्यपणे मधला पर्याय वापरतो पण त्यांतही आपल्या खोल्या वर्गाकार नसतात. शेतकऱ्यांची शेते ही आयताकार, पण चौरस नसतात.

पण निसर्गात शेवटचा षट्कोनाचा पर्याय वापरलेला आढळतो. मधमाशांची पोळी षट्कोनाकार कोषांनी व्याप्त असतात.

म्हणजे मधमाशांनी हे गणित योग्य प्रकारे सोडवून मानवावर मात केली नाही का ?

☆ ☆ ☆

मन पाखरू पाखरू त्याची काय सांगू मात ? आता व्हतं भुईवर गेलं गेलं आभायात.