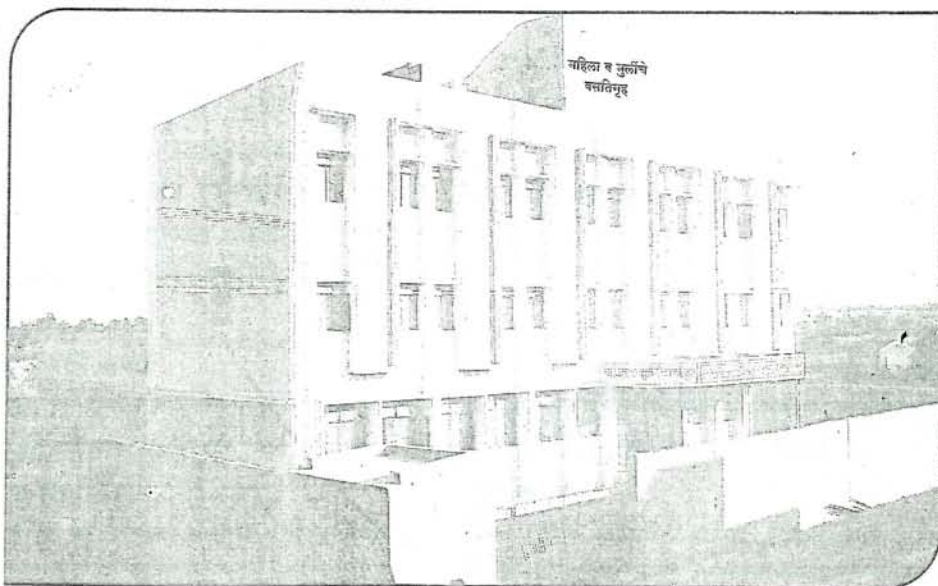




# कोल्हापूर जिल्हा माध्यमिक व उच्च माध्यमिक शाळा मुख्याध्यापक संघ, कोल्हापूर

संघाचे कार्यवाहीचे ठिकाणे



पत्ता: को. १०, ४४  
"विद्याचक्र"

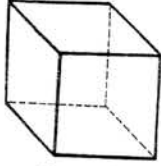
कोल्हापूर

# लांबी, क्षेत्रफळ आणि घनफळ

डॉ. जयंत नारळीकर

खगोल सोसायटी, पंचवटीनजीक, पुणे

**चित्र क्रमांक १** मध्ये एक घनाकृती ठोकळा दाखवला आहे. समजा, त्याची प्रत्येक बाजू एक सेंटिमीटर आहे, तर त्याचं पृष्ठभागाचं क्षेत्रफळ किती? त्याचप्रमाणे त्याचं घनफळ किती असेल?



चित्र क्रमांक १

गणित सोपं आहे. ह्या आकृतीच्या पृष्ठभागात एकूण सहा चौरस आहेत. प्रत्येकाचं क्षेत्रफळ एक वर्ग सेंटिमीटर आहे. म्हणजे एकंदर पृष्ठभागाचं क्षेत्रफळ = ६ वर्ग सेंटिमीटर. त्याचप्रमाणे ठोकळ्याचं घनफळ =  $१ \times १ \times १ = १$  घन सेंटिमीटर.

आता समजा, त्या ठोकळ्याची प्रत्येक बाजू लांब करून पहिल्या पेक्षा दसपट केली, त्याच्या पृष्ठभागाचं क्षेत्रफळ  $६ \times १० \times १० = ६००$  वर्ग सेंटिमीटर आणि त्याचं घनफळ  $१० \times १० \times १० = १०००$  घन सेंटिमीटर (किंवा एक लिटर) इतकं भरेल.

म्हणजे क्षेत्रफळ शंभर पटींनी आणि घनफळ हजार पटींनी वाढलं! जितक्या प्रमाणात प्रत्येक बाजू वाढली त्याहून जास्त प्रमाणात क्षेत्रफळ आणि त्याहूनही जास्त प्रमाणात घनफळ वाढतं.

ह्या सोप्या नियमाची प्रात्यक्षिके व्यवहारात अनेक ठिकाणी आढळतात.

## हत्तीएवढा ससा!

एखाद्या लहान मुलाने विचारण्याजोगा प्रश्न आहे. 'हत्तीएवढा मोठा ससा का नसतो?' त्याचं उत्तर वरील सिद्धांतांच्या मदतीने देता येईल.

एखाद्या माणसाचा आकार सर्व बाजूंनी दसपट

वाढवला. म्हणजे साडेपाच फुटी माणसाचा पंचावन्न फूट उंच राक्षस तयार होईल. कारण त्याचं घनफळ  $१०००$  पटींनी वाढलं आणि शारीरिक बदल झाले नाहीत असं गृहीत धरलं तर त्याचं वजन  $१०००$  पटींनी वाढेल. म्हणजे मुळात पन्नास किलो वजन असेल तर त्याचं वजन पन्नास हजार किलो म्हणजे पन्नास टन होईल. हे वजन त्याला पेलेल काय? वजन पेलायचं काम शरीरातली हाडं करतात. हाडांचं क्षेत्रफळ जितकं जास्त तितकी ती जास्त सुगमतेने वजून पेलू शकतात. आता या राक्षसाच्या हाडांचं क्षेत्रफळ  $१००$  पट जास्त आहे. पण त्यांना वजन पेलायचंय ते पूर्वीच्या  $१०००$  पटीने आहे. त्यामुळे हाडांना पूर्वीच्या तुलनेने दसपट बोजा सहन करावा लागणार. मांडीच्या हाडांना तरी इतका बोजा पेलवणार नाही.

म्हणून ह्या राक्षसाने पावलं उचलली की त्याची हाडं कडाकडा मोडणार!

सृष्टीत प्रत्येक प्राण्याच्या आकाराचा त्याच्या शारीरिक रचनेशी घनिष्ठ संबंध असतो. अमुक तऱ्हेचा प्राणी अमुक एक आकारमानाच्या पल्ल्यातच जगू शकतो असं वरील गणित सांगतं. त्यामुळे हत्तीएवढा ससा परिकथेत असेल पण ह्या पृथ्वीवर तरी त्याला स्थान नाही!

## 'योग्य आकार असणे' :

वरील शीर्षकाचा एक लघुनिबंध प्रख्यात प्राणिशास्त्रज्ञ प्रोफेसर जे. बी. एस. हॉल्डेन यांनी अनेक वर्षांपूर्वी लिहिला असून त्यात वरील उदाहरण दिलं आहे. त्या लेखातले आणखी काही विचार पुढे देत आहे.

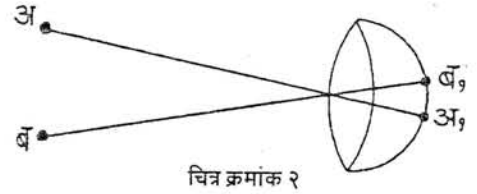
मोठं असणं नेहमीच हानीकारक असतं असं

नाही. याचं एक उदाहरण हॉलडेन यांनी दैनंदिन जीवनातलं दिलं आहे. ते असं. आपण आंघोळ केली की अंग पुसण्यापूर्वी आपल्या शरीरावर पाण्याचा बारका थर असतो. त्या पाण्याचं वजन साधारण ४०० ग्रॅम इतकं असतं. माणसाच्या स्वतःच्या वजनाच्या ते एक टक्क्याहूनही कमीच असल्याने त्याला ते जाणवत नाही. पण उंदराला आंघोळ घातली तर ? त्याचा पृष्ठभाग मनुष्याच्या पृष्ठभागापेक्षा पुष्कळ कमी असल्याने त्याच्यावर साठलेलं पाणी त्याच प्रमाणात ४०० ग्रॅमपेक्षा कमी असणार. परंतु त्याचं घनफळ माणसाच्या घनफळापेक्षा पुष्कळच कमी असणार. त्यामुळे त्याच्या अंगावर साठलेलं पाणी जवळजवळ त्याच्या स्वतःच्या वजनाइतकं भरतं ! स्वतःच्या वजनाइतकं पाणी अंगावर वाहून नेणं किती त्रासाचं आहे हे प्रत्यक्ष अनुभवाने पाहावं ! उंदरापेक्षा लहान आकाराचा प्राणी पाण्यात बुचकळल्यावर आणखीनच बिकट परिस्थितीत सापडेल. उदाहरणार्थ ओली माशी!

साधारण ५००० उंदरांचं वजन मनुष्याच्या वजनाइतकं भरेल. ते सर्व उंदीर दिवसभरात किती अन्न खातात आणि श्वासासाठी किती ऑक्सिजन घेतात हे पाहिलं तर ते सामान्य माणसाच्या १७ पटींनी असतं. याचं कारण काय ? माणूस शरीराच्या पृष्ठभागातून उष्णता बाहेर सोडतो. आपलं तापमान स्थिर राहण्यासाठी अन्न प्राशन करून त्यातून तो शरीराबाहेर गेलेली उष्णता भरून काढतो. त्यामुळे तो किती खातो हे त्याच्या पृष्ठभाग आणि एकंदर वजन याच्या गुणोत्तरा (Ratio)वर अवलंबून आहे. उंदराच्या बाबतीत हे प्रमाण माणसाच्या १७ पट असतं. (वर दिलेल्या नियमाप्रमारे  $१७ \times १७ \times १७$  हे जवळजवळ ५००० आहे हे सूत्र वाचकांच्या लक्षात आलं असेलच.) अंग गरम ठेवणं हे मोठ्या प्राण्यांपेक्षा छोट्या प्राण्यांना अवघड जातं म्हणून थंड भागात मोठे प्राणी अधिक आढळतात !

### डोळस प्राणी :

डोळ्याच्या आकाराला पण डोळसपणाच्या दृष्टीने महत्त्व आहे. डोळ्याच्या मागच्या भागातल्या पडद्यावर बाहेरील विश्वाचं प्रतिबिंब पडतं आणि त्या प्रतिबिंबाच्या आधारे मेंदू 'पाहण्या'चं काम करतो. कुठलीही वस्तू स्पष्ट दिसायला तिच्या वेगवेगळ्या भागांचं प्रतिबिंब वेगळं पडलं पाहिजे. (पहा चित्र क्रमांक २).



अ आणि ब ची प्रतिबिंबे अ, आणि ब, येथे पडली आहेत. पण अ, व ब, हे किती जवळ असू शकतील ? त्याला मर्यादा आहे आणि ती घातली आहे. प्रकाशाच्या 'वेव्ह लेंग्थ' ने. (वेव्हलेंग्थ म्हणजे प्रकाशलहरीची लांबी). त्यामुळे अ आणि ब हे फार जवळ असले (म्हणजे वरील मयदिचं उल्लंघन झालं) तर अ आणि ब हे वेगळे दिसत नाहीत.

ह्यामुळे मोठ्या आकाराच्या डोळ्याला जास्त स्पष्ट दिसू शकतं आणि त्यामुळे लहान प्राण्यांचे डोळे त्यांच्या शरीराच्या तुलनेने शक्य तितके मोठे ठेवायचा निसर्गाचा प्रयत्न असतो. तरी त्यांचे डोळे माणसाइतके कार्यक्षम नसतात. (उंदराला सहा फुटांवरून दोन माणसांच्या चेहऱ्यातला फरक ओळखता येणार नाही !)

त्याउलट मोठ्या प्राण्यांचे डोळे त्यांच्या शरीराच्या मानाने मोठे असत नाहीत. कारण इतक्या मोठ्या डोळ्यांची त्यांच्या जीवनाला आवश्यकता नसते. हत्तीचे डोळे माणसाच्या डोळ्यांच्या मानाने फार मोठे नसतात. प्राणी शास्त्रातही गणिताला वाव असतो हे हॉलडेनसाहेबांच्या विधानांनी दाखवून दिलं आहे.

\*\*\*