

गोळा-फुलीचा खेळ

डॉ. जयंत नारळीकर

दुसऱ्याची नजर चुकवून वेळ घालवण्यासाठी गोळा-फुलीचा खेळ तुम्ही नेहमीच खेळत असाल.

हाच खेळ त्रिमितीत, चारमितीत कसा खेळाल याची मनोरंजक माहिती या लेखात डॉ. जयंत नारळीकर करून देत आहेत. पण नुसतेच खेळ खेळण्यात रंगून न जाता शेवटी दिलेला नियमही सिद्ध करता येतो का हे पडताळून पहाणार ना ?

हा खेळ आकृती १ मध्ये दाखवल्याप्रमाणे आपण पुष्कळदा खेळलो आहोत. एका वर्गाचे 3×3 भाग करून नऊ छोटे वर्ग (कोश) केले आहेत. त्यांत दोन प्रतिस्पर्धींनी आलटून पालटून X

X	O	X
	X	O
X		O

आकृती १

X वाला जिंकला आहे.) जर कोणालाच हे

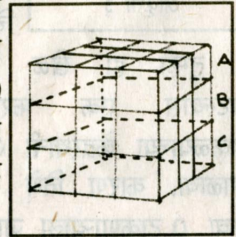
आणि 0 ही चिन्हे भरायची. ज्याची सरळ रेषेतल्या कोशांत प्रथम स्वतःची 3 चिन्हे बसतील तो जिंकला (चित्रात

जमले नाही तर डाव अनिर्णीत राहतो.

ह्या खेळात सात-आठ डावांनंतर फारसे नावीन्य राहत नाही. कारण कशी सुरुवात करावी, कुठले कोश आधी भरावेत हे आडाखे ध्यानात येऊ लागतात आणि मग सामना हमखास अनिर्णीतच राहतो. म्हणून जरा अवघड प्रकार - गोळा-फुलीचेच पाहूया.

घनाकृतीतला डाव

सोबतच्या आकृतीत एका घनाकृती ठोकळ्याचे $3 \times 3 \times 3 = 27$ भाग केले आहेत. दोन प्रतिस्पर्धींनी आलटून-पालटून हे 27 केश X आणि 0 ने भरायचे. मात्र इथे प्रथम तीन X किंवा तीन 0 ची रेषा कोण सर करतो हे पाहायचे नाही.



शेवटपर्यंत

आकृती २

खेळून मग प्रत्येकाने मोजायचे - तीन 'X' च्या सरळ रेषा किती आणि तीन '0' च्या किती ? ज्याच्या रेषा जास्त तो जिंकला.

पण ही घनाकृती कशी काढायची? त्या साठी एका खाली एक असे तीन वर्ग काढायचे. (आकृती २ मधील घनाकृतीतले तीन स्तर A, B, C पाहा)

हे तीन स्तर समांतर पातळीवर एकाखाली-एक असे समजायचे, म्हणजे प्रत्येकी नऊ कोश मिळून 27 होतात.

A	X		
			O

B		X	O

C			O
		X	

आकृती ३

(टोकळ्याचेच तीन आडवे तुकडे समजावेत.)

आता त्यामध्ये सरळ रेषा पुष्कळ (49 एकूण) आहेत. उदाहरणार्थ तीन फुल्या आणि तीन गोळे एका रेषेत असल्याची दोन उदाहरणे वरील चित्रात आहेत.

घनाकृतीचे पृष्ठभाग वर्गाकृती असतात तसे अपघनाचे पृष्ठभाग घनाकृती असतात. अशा अपघनाचे $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$ छोटे अपघनाकृती कोश होतात. त्यात 272 सरळ रेषा निघतील. त्या तुम्ही गोळा - फुली ने भरू शकता - अशा अपघनाचे सेक्शन असे असतील - (त्यांत दोन सरळ रेषा नमुन्या दाखल दिल्या आहेत.)

प्रथम ही आकृती पाहून चक्रावून जाल. पण हळूहळू सवय होईल!

असा अपघनाचा आराखडा काढून खेळून पाहा. जाता जाता हा नियम सांगतो : वर्गात 8, घनात 49 तर अपघनात 272 रेषा असतात. त्या मागचे सूत्र $(5^N - 3^N) / 2 =$ मितींची संख्या, हा नियम सिद्ध करता येतो का तेही पाहा!

★ ★ ★

तुम्ही हा खेळ खेळून पाहा. वाटल्यास एक फरक करावा. टोकळ्याच्या केंद्रस्थानी असलेला कोश वगळावा. कारण तिथे X किंवा O टाकणाऱ्याला जास्त फायदा असतो.

चार मितीतला 'अपघन'

जर तीन मितीतला हा खेळ तुम्हाला जमला आणि पुष्कळ खेळून कंटाळलात तर चार मितीत जाऊन पाहा. लांबी, रुंदी, उंची आणि चौथी मिती 'जाडी' म्हणू. अशांचा 'अपघन' प्रत्यक्षात बनवणे शक्य नाही पण गणिताने ते साध्य होते. जसे

