

# असे हे गणित ... असे हे गणिती

## ऑयलर आणि कोनिग्सबर्गचे सात पूल

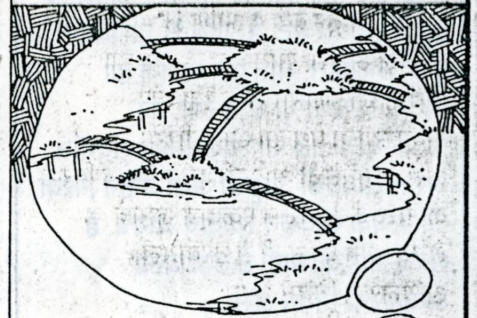
डॉ. जयंत नारळीकर

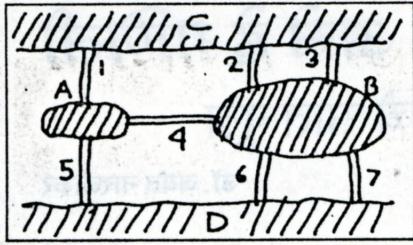
लिओनार्ड ऑयलर (१७०७-१७८३) हा यूरोपातला एक असामान्य गणिती. न्यूटनच्या काळात गणिताचा उत्कर्ष सुरू झाला आणि हा विषय पुढल्या दोन शतकात यूरोपात बहरला. त्यामार्गे ज्या गणितज्ञांनी विशेष हातभार लावला त्यात ऑयलरचे नाव घेतले जाते. अर्थात आपल्या जीवनकाळात ऑयलरने बहुमोल संशोधन केले आणि अनेक कूट प्रश्न सोडवले. त्यातला एक प्रसिद्ध प्रश्न कोनिग्सबर्ग नावाच्या जर्मनीतील एका गावात उद्भवला.

कोनिग्सबर्ग मधून एक नदी वहात होती. ज्यात दोन बेटे A, B होती (पुढील पानावरील आकृती १ पाहा) नदीच्या किनाऱ्यांना बेटांशी व बेटांना एकमेकांशी जोडणारे ७ पूल होते. एकदा कोणीतरी प्रश्न काढला... अशा तऱ्हेने चालून दाखवा की ह्या सातपैकी सातही पुलांवरून एकदा आणि एकदाच जायचे.

गावकऱ्यांना ते जमले नाही. (तुम्ही प्रयत्न करून पाहा!) पण ही एक अशक्य बाब आहे का? का गावकऱ्यांनी पुरेसे डोके न वापरल्यामुळे त्यांना उत्तर

सापडले नाही. जरी हा आकडेमोडीचा प्रकार नसला तरी एक गणितीच उत्तर सांगू शकेल अशा विचाराने हा प्रश्न यूरोपातल्या गणिती मंडळींकडे गेला. शेवटी ऑयलरने

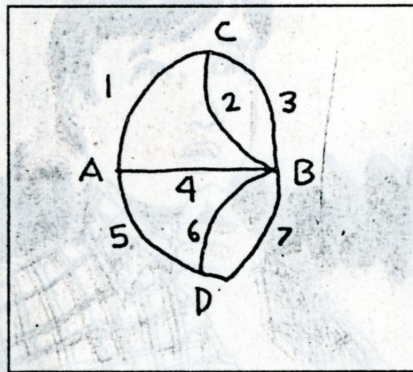




तो सोडवला. इतकेच नव्हे तर त्याने एक नियम सिद्ध केला जो वापरून अशा तऱ्हेचा कुठलाही प्रश्न सोडवता येईल!

ऑयलरचा नियम समजून घ्यायला आपण पुलांचे चित्र वेगळ्याप्रकारे काढू. इथे नदी-किनारे आपण C आणि D ह्या बिंदूनी तर बेटे A आणि B ह्या बिंदूनी दर्शविले आहेत. सात पूल म्हणजे ह्या बिंदूंना जोडणाऱ्या सात रेषा. तर गावकऱ्यांचा प्रश्न ह्या आकृतीच्या संदर्भात असा: सोबतची आकृती अशा तऱ्हेने गिरवा की प्रत्येक रेषेवरून एकदाच जायचे. हे शक्य आहे का नाही ते ठरवायला ऑयलरचा नियम असा.

अशा आकृतीत काही शीर्ष बिंदू (A, B, C, D) असतात ज्यांना रेषांनी



जोडलेले असते (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7). ज्या बिंदूतून समसंख्येने रेषा निघतात त्यांना सम-बिंदू म्हणू, तर ज्यातून विषम संख्येने रेषा निघतात त्यांना विषम बिंदू! इथे A(3), B(5), C(3), D(3) सर्वच विषम बिंदू आहेत... सम-बिंदू एकही नाही.

ऑयलरचा नियम सांगतो की जर आकृतीत विषम बिंदूंची संख्या दोनहून जास्त असेल तर ती गिरवता येणार नाही. तेव्हा कोनिग्सबर्गच्या सात पुलांवरून एकदा आणि एकदाच जाणे शक्य नाही.

तुम्ही वेगवेगळ्या आकृत्या काढून गिरवून पाहा ऑयलरचा नियम त्यांना कसा लागू होतो ते!

### जरा डोके चालवा



८ नाणी आहेत. १ वजन काटा आहे. ह्या ८ नाण्यांपैकी १ नाणं कमी वजनाचं आहे. बाकी ७ नाणी समान वजनाची आहेत. ही आठही नाणी दिसायला सारखीच आहेत. हातात घेऊन वजन करायचा प्रयत्न केला तरी हाताला काहीच जाणवत नाही. सर्व एकाच आकाराची आहेत. २ वेळाच वजन करून कमी वजनाचं नाणं कुठलं आहे ते ओळखा.

समीर ताटके

८ वी, ज्ञा. प्र. प्र., पुणे