

अनंतापलीकडे

(एली माओर यांच्या 'दू इन्फिनिटी अॅण्ड बियॉण्ड' ह्या पुस्तकाबद्दल.....प्रकाशक बर्कहॉयजर, बॉस्टन)

'अनंत' ह्या विषयाचे मनोरंजक विवेचन करणारा हा ग्रंथ हाती येण्यापूर्वी मला असे वाटले नव्हते की, गणिताच्या शिस्तबद्ध पण शुष्क चाकोरी-बाहेर जाऊन अनंताबद्दल काही सांगता येईल. अर्थातच ह्या पुस्तकातील अनंताच्या मूळ संकल्पना गणिती आहेत, तरी लेखकाने तत्त्वज्ञान, काव्य आणि कलेचा दृष्टिकोनही समुचितपणे वापरला आहे.

दोन-अडीच हजार वर्षापूर्वी ग्रीक तत्त्ववेत्त्यांनी अनंताशी झगडण्याचा प्रयत्न केला. पण त्यांना 'अनंत' ह्या संख्येची एक प्रकारे भीती वाटे....कारण अंकगणिताचे नियम त्या संख्येला लागू पडत नव्हते. ह्या कल्पनेचा वास्तवतेशी मेळ बसत नव्हता. आणि तसा मेळ घालायचा प्रयत्न केला तर काही विचित्र निष्कर्ष हाती येई.

चक्रावून सोडणारा प्रश्न

अशा काही कल्पना 'झीनोच्या कूट प्रश्नां'च्या नावाने प्रसिद्ध आहेत. एक कासव सशापुडे दहा मीटर आहे. कासवापेक्षा दसपट वेगाने पळूनसुद्धा ससा कासवाला पकडू शकणार नाही, असे झीनोचे तर्कशास्त्र! कारण, पहिले दहा मीटर सशाने भरून काढीपर्यंत कासव एक मीटर पुढे जाईल. ते सशाने भरून काढले तरी कासव दहा सेंटी मीटर पुढेच. आणि असे अनंत टप्पे झाल्यावर-सुद्धा कासव पुढे ते पुढेच!

ह्या तर्काभागची गोम भूमितीश्रेणीत

आहे हे गणिताचा आजचा विद्यार्थी जाणतो. पण ती माहीत नसेल तर झीनोचा हा कूट प्रश्न चक्रावून सोडतो. आणि त्यातील अनंत हा अनेक अनंतांपैकी एक आहे हे हळूहळू गणिती लोकांना उमगले. एक, दोन, तीन, चार...ह्या पूर्णांकांच्या क्रमाच्या शेवटी असलेला अनंत हा सर्वात छोटा अनंत. एका सरळ रेषेवर बिंदू किती? अनंत! पण हा अनंत त्या अनंतापेक्षा मोठा. जॉर्ज कॅण्टर नावाच्या गणितज्ञाने अनंतांची क्रमवारी ठरवून गणितात एक मोठी भर घातली. लेखकाने कॅण्टरच्या ह्या शोधाबद्दल हिल्बर्ट नावाच्या जगन्मान्य गणितज्ञाचे उद्गार उद्धृत केले ते योग्य आहेत. "कॅण्टरने निर्माण केलेल्या ह्या स्वर्गातून आता आम्हाला कोणी बाहेर हाकलणार नाही."

सर्वच गणित अमूर्त नसते! लेखकाने 'कोच रेषा' आणि 'मॅंजर स्पंज'ची चित्रे काढून अमूर्त कल्पनांचे वैचित्र्य स्पष्ट केले आहे. कोच रेषेची लांबी अनंत आहे इतकेच नव्हे तर त्यावरील कुठल्याही दोन बिंदूंच्या दरम्यानच्या रेषेची लांबी-देखील अनंत आहे. मॅंजर स्पंजमध्ये लहानमोठी इतकी भोके आहेत की स्पंजचे घनफळ शून्य, पण त्याला घेरणाऱ्या पृष्ठभागाचे क्षेत्रफळ अनंत असते. हे गणिताने सिद्ध होते, पण त्या गोष्टींची सत्यता पटायला चित्रे उपयोगी पडतात.

अंधारामागेही एक गणित

अनंताचा प्रत्यय गणितज्ञांना ते वेगळ्या शाखांमध्ये कसा येतो ते उ-काने उदाहरणांनी दाखवले आहे. अंक-

- डॉ. जयंत नारळीकर

गणित, भूमिती इत्यादींपासून विश्व-रचना शास्त्रापर्यंत विविध उदाहरणे पुस्तकात पाहायला मिळतात. दीडशे वर्षापूर्वी ऑल्बर्स नावाच्या शास्त्रज्ञाने एक प्रश्न उपस्थित केला "रात्री अंधार का असतो?" प्रथमदर्शनी हास्यास्पद वाटणाऱ्या या प्रश्नामागे एक गणित दडले आहे.

रात्रीचा अंधार हा सूर्य पृथ्वीच्या उलट्या बाजूला (आपल्यापासून) असल्याने होतो, असे म्हटले तर ऑल्बर्सचा मुद्दा असा : आकाशात असंख्य तारे सूर्यासारखे तळपत असताना त्यांचा प्रकाश चोवीस तास आपल्याकडे येत राहतो, त्याचे काय ? ते तारे पुष्कळ लांब असल्याने प्रत्येक ताऱ्याचा प्रकाश मंद वाटतो. परंतु जर विश्व अनंत असेल आणि ताऱ्यांनी व्याप्त असेल तर ह्या सर्व ताऱ्यांचा मिळून येणारा प्रकाश अनंत आहे हे ऑल्बर्सने दाखवून दिले. तेव्हा अनंत तेजाने व्याप्त आकाश (सूर्य असो वा नसो) आपल्याला रात्री अंधारमय का दिसते?

एक कूटप्रश्न सुटला

ऑल्बर्सचा हा कूटप्रश्न ह्या शतकात सुटला. विश्व स्थिर नसून प्रसरण पावत असल्याने दूरच्या आकाशगंगांतील ताऱ्यांचा प्रकाश ऑल्बर्सच्या हिशोबापेक्षा पुष्कळ मंद असतो. म्हणून सूर्याविना आकाश काळे असते.

पण गणिताला घाबरणाऱ्या सामान्य वाचकाला ह्या पुस्तकात सौंदर्यदृष्टीतून पाहिलेले अनंताचे दर्शन नक्कीच रोचक वाटेल. मॉरिट्स एशर ह्या कलाकाराने

काढलेल्या चित्रांमधील खुब्या त्याच्या सहकाऱ्यांना वा समकालीन कलाकारांना समजू शकल्या नाहीत, जितक्या गणितज्ञांना कळल्या. संगीतज्ञांमध्ये योहान सर्वेस्टियन बारव आणि कलाकारांत एशर यांना लेखकाने प्रयोग करणारे गणितज्ञ म्हटले आहे. कारण गणितात सापडणाऱ्या काही अमूर्त कल्पना ह्या दोघांच्या संगीतकलाकृतीत दिसतात.

अंधुकसा दिवा

एशरचा न संपणारा पण सतत वर जाणारा जिना, अमर्यादित पसरलेल्या समतलावर दोन विरुद्ध दिशांना जाणाऱ्या घोडेस्वारांचे पॅटर्न, चक्राकार गुंतागुंतीचा 'जीवन मार्ग' इत्यादींची चित्रे पाहून गणित आणि कला यांच्यात असलेला दुवा वाचकाला अंधुकसा तरी दिसेल.

एरव्ही माहितीपूर्ण अशा ह्या पुस्तकात एक गोष्ट अभावाने जाणवते आणि खटकते. 'पौरात्यांमध्ये अनंताच्या उच्च कल्पनेला स्थान नव्हते' असा शेरामारुन लेखक प्राचीन भारतीय, चिनी व इजिप्शियनांना निकालात काढतो! अमर्यादित, असंख्य, अनंत इत्यादींची कल्पना भारतीय पुराणात अमूर्त आणि मूर्त स्वरूपात मांडलेल्या लेखकाला माहीत नसाव्यात.

रसग्रहण करण्यासारखे

हा ऋणात्मक भाग वज करता, मला हे पुस्तक आवडले आणि ते गणितज्ञां-शिवाय साहित्य, संगीत कलाकारांनी किंवा ह्या सर्वांची केवळ तोंडओळख असलेल्या सुशिक्षित वाचकांनी रसग्रहण करण्यासारखे आहे.