खरे किंवा खोटे

डॉ. जयंत नारळीकर, आयुका, पुणे.

आपण सामान्यपणे असे गृहीत धरतो की, एखादे विधान खरे तरी असेल किंवा खोटे. कधी कधी गणितात एखादे प्रमेय सिद्ध करायचे असेल तर आपण प्रमेयातील विधान असत्य मानून त्यातून एखादी चूक दर्शवितो आणि म्हणून ते विधान असत्य असणार नाही असे म्हणतो आणि ज्या अर्थी ते विधान असत्य नाही त्या अर्थी ते सत्यच असणार असा निष्कर्ष काढतो.

याचे एक उदाहरण पाहा !

आपल्याला सिद्ध करायचे आहे की, अविभाज्य संख्या अनंत आहेत. इथे अविभाज्य संख्या म्हणजे जिचे 1 आणि ती संख्या वगळता आणखी गुणक नाहीत. उदाहरणार्थ 5, 13, 71 ह्या अविभाज्य आहेत पण,

6 (= 2 x 3),

52 (= 13 x 4) किंवा

72 (= 24 x 3) अविभाज्य नव्हेत.

हे विधान सिद्ध करायला आपण ग्रीक गणिती युक्लिडने वापरलेली पद्धत पाहू. समजा विधान चूक आहे. म्हणजे, अविभाज्य संख्यांची संख्या अनंत नसून मर्यादित आहे. याचा अर्थ, त्यात सर्वात मोठी अविभाज्य संख्या असणार. आपण तिला P ह्या अक्षराने दर्शवू. आता खालील संख्या पाहा.

N = (3 x 5 x 7 x 11 x 13 x ......x P) + 1

याचा अर्थ, सर्व अविभाज्य संख्यांचा गुणाकार करून त्यात 1 मिळवा. ह्या N ला कोणत्याही अविभाज्य संख्येने भागले तर 1 उरतो. याचा अर्थ N चे गुणक (3, 5, 7,,P) ह्या सर्व अविभाज्य संख्यांच्या संचात नाहीत. तेव्हा, दोन पर्यायी निष्कर्ष निघतात :

A) N ही एक अविभाज्य संख्या आहे.

B) N ला भागणारी एक अविभाज्य संख्या (3, 5, 7, कोणतेही ......P) ह्या संचात नाही.

परंतु, हे दोन्ही पर्याय आपला निष्कर्ष ''P सर्वात मोठी अविभाज्य संख्या आहे'' चूक ठरवतात. म्हणून मूळ विधान चूक नाही, तेव्हा बरोबर असणार.

रसेलचा विरोधाभास :

बंट्रड रसेल ह्या गणिती तत्त्ववेत्त्याने गणिताचा तर्कशास्त्राच्या दृष्टिकोणातून अभ्यास केला तेव्हा त्याला वर वापरलेल्या तर्कशास्त्रात काही खाचा-खोचा दिसल्या. एखादे विधान खरे किंवा खोटे ह्या दोन पर्यायातच बसते असे नेहमी ठामपणे सांगता येणार नाही. रसेलने संचांच्या बाबतीत असे एक विधान केले. ते विधान आपण गणिती भाषेत न पाहता दैनंदिन जीवनातल्या व्यावहारिक दृष्टीतून पाहू.

कल्पना करा, एका खेड्यात एकच न्हावी आहे आणि तो म्हणतो की, ''खेड्यातल्या अशा सर्व लोकांची आणि केवळ अशाच लोकांची दाढी करणार जे स्वत:ची दाढी स्वत: करीत नाहीत,''

मग हा न्हावी स्वत:ची दाढी स्वत: करतो का ?

विचार करून पाहा. 'होय' आणि 'नाही' -दोनही पर्याय इथे लागू पडत नाहीत !

रड्डीगोर ऑपेऱ्यातला विरोधाभास :

जेव्हा असे दोन्ही पर्याय चुकतात तेव्हा विरोधाभास निर्माण होतो. ज्यातून मार्ग काढायला मूळ विधानच तपासून कधी कधी बदलावे लागते. गिल्बर्ट आणि सलिव्हन ह्या दोघांनी एकोणिसाव्या शतकात विनोदी संगीत नाटके (ऑपेरा) लिहिली. त्यांतील 'रड्डीगोर' नाटकात असा एक विरोधाभास होता. ती गोष्ट अशी :

एका गावाचा मुख्य सरदार स्वभावाने चांगला, पण गुन्हेगारीकरिता कुविख्यात होता. त्याला एका चतुर माणसाने विचारले, ''तू वागायला इतका सज्जन पण, तरी गुन्हे का करतोस ?''

तो दु:खाने नि:श्वास टाकून म्हणाला, ''काय करू ? माझ्या घराण्याला शापच आहे. कुटुंबप्रमुखाने जर रोज एक गुन्हा केला नाही तर त्याला त्या रात्री अत्यंत कष्टदायक मरण येणार. तेव्हा नाइलाजाने मी रोज एक दुष्कृत्य करतो.''

थोडा विचार करून तो चतुर माणूस म्हणाला, ''यातून मार्ग निघतो. तू कोणतेही दुष्कृत्य करू नकोस ! याचा अर्थ, तू जाणून बुजून मृत्यू ओढवून घेणार, म्हणजे आत्महत्येला प्रवृत्त होणार. पण आत्महत्या करू पाहणे हाही गुन्हाच नव्हे का ? तेव्हा तुला कसलीही भीती नाही.''

अशा तऱ्हेने सरदारसाहेब दुष्कृत्यांच्या परंपरेतून सुटले.

> आधुनिक काळात एक पर्याय असा आहे ज्यातून हा विरोधाभास निर्माण होत नाही.........शोधा.

□□□