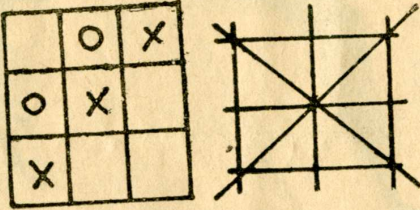


गणितातल्या गमती जमती

लेखांक - ७

गोळाफलीचा खेळ

बहुतेकांना हा खेळ परिचित असेलच. चित्र क्रमांक १ मध्ये दिलेल्या आकृतीत नवू भाग (सेल) आहेत.



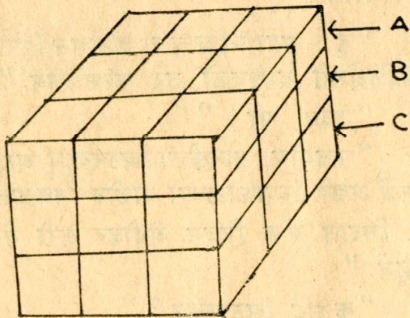
चि. क्र. १

दोघा प्रतिस्पर्धी खेळाडूंनी क्रमाक्रमाने अकेका सेलमध्ये × किंवा ० भरायचे: अेकाने फुली, दुसऱ्याने गोळा. जो अेका सरळ रेषेत × किंवा ० प्रथम काढून दाखवेल तो जिंकला. चि. क्र. १ मध्ये फुलीवाल्याने डाव जिंकला आहे. अर्थात पुष्कळ वेळा हा सामना अर्निर्णित राहतो, कारण पारस्परिक विरोधामुळे कोणालाच स्वतःचे चिन्ह अेका सरळरेषेत काढता येत नाही.

वरील आकृतीत अेकंदरीत ८ सरळ रेषा आहेत - तीन अुभ्या, तीन आडव्या आणि दोन कर्णांच्या. अेका मोठ्या चौकोनाचे तीन बाय तीन असे नवू भाग केले आहेत आणि प्रत्येक सेलमध्ये गोळा किंवा फुली काढता येते.

अेक नवीन खेळ

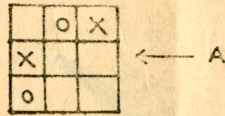
आता ह्यापेक्षा अधिक बुद्धिरंजक खेळ पाहू या. दोन डायमेन्शन्समध्ये (म्हणजे अेका समतलावर) चौकोन काढण्याअेवजी



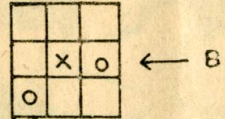
चि. क्र. २

तीन डायमेन्शन्समध्ये अेक घनाकृती ठोकळा काढू या. (पहा चित्र क्र. २) त्याचे तीन बाय तीन असे २७ भाग केले की प्रत्येक भाग म्हणजे अेक लहान घनाकृती ठोकळा होतो. त्याला सेल म्हणू या.

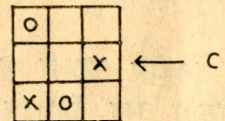
आता दोघा प्रतिस्पर्धींनी फुली आणि गोळा क्रमाक्रमाने प्रत्येक सेलमध्ये



← A



← B



← C

चि. क्र. ३

काढावेत. अशा तऱ्हेने की प्रत्येकाचा प्रयत्न-स्वतःचे चिन्ह (× किंवा ०) तीन अेका रेषेत बसतील अशा जास्तीत जास्त सरळ रेषा असाव्यात हा.

अर्थात् ही घनाकृती काढून त्यात × किंवा ० लिहिणे अवघड आहे. त्यावर अुपाय म्हणजे चित्र क्र. ३ मध्ये दाखवल्या-प्रमाणे अेकाखाली अेक असे तीन चौकोन काढणे.

प्रत्येक चौकोन चि. क्र. १ प्रमाणे ९ सेल मध्ये विभागला आहे. हे तीन चौकोन ABC अेकावर अेक ठेवले की चि. क्र. २ मधली आकृती तयार होते. तिन्हीत २७ सेल आहेत.

चि. क्र. ३ मध्ये काढलेल्या फुल्यांच्या दोन सरळरेषा आहेत, पण गोळे- कुठले ही तीन - अेका सरळ रेषेत नाहीत हे ह्या चित्राचे व्यवस्थित अवलोकन केल्यास दिसून येतील.

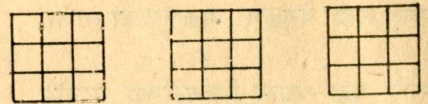
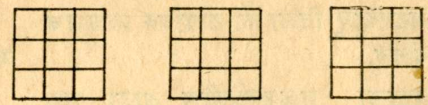
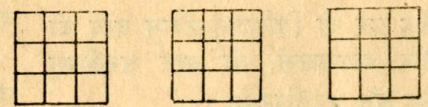
हिशोब केल्यावर दिसून येतील की तीन सेल सरळ रेषेत असलेल्या अेकंदर ४९ सरळरेषा घनाकृती ठोकळ्यात असतात. अर्थात दोन प्रतिस्पर्धी खेळाडू अेकमेकांच्या मार्गात अडथळे आणणार म्हणून दोघांचे 'स्कोअर' बेरीज केल्यावर ४९ पेक्षा पुष्कळच कमी भरतील.

चार डायमेन्शन्सचा 'अपघन'

चौकोनाला लांबी-रुंदी असे दोन डायमेन्शन्स असतात तर ठोकळ्याला लांबी-रुंदी-अुंची असे 'तीन' डायमेन्शन्स आहेत. त्या पुढची पायरी म्हणजे 'चार' डायमेन्शन्सची. आपल्याभोवतीचे विश्व तीनच डायमेन्शन्सचे असल्याने चार डायमेन्शन्सचा 'अपघन' (हायपर-क्यूब) अस्तित्वात दिसणार नाही. पण गणितज्ञाला त्याची कल्पना करता येणे शक्य आहे.

अशा अपघनात प्रत्येक बाजूने तीन भाग केले की $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$ छोटे अपघनांचे सेल तयार होतात. तीन घनाकृती ठोकळे ओळीत ठेवून ह्या 'अपघना'ची थोडी कल्पना येतील - ज्याप्रमाणे चि. क्र. ३ मध्ये तीन चौकोन अेका कॉलम-मध्ये मांडले आहेत.

अशा अपघनातसुद्धा गोळा-फुलीचा खेळ खेळणे शक्य आहे. नियम ठोकळ्या-बाबत वापरले तेच. हा खेळ खेळण्यासाठी अपघनाचा आराखडा खालीलप्रमाणे काढावा :



चि. क्र. ४

तीन डायमेन्शन्समध्ये खेळल्यावर मगच चार डायमेन्शन्समध्ये खेळण्याचा प्रयत्न करावा. (तीन सेल अेका सरळ रेषेत आहेत अशा २७२ रेषा अपघनात काढता येतात!) - जयंत नारळीकर