Jayant V. Narlikar

La cosmologia quantistica e l'origine dell'universo

I problemi della cosmologia classica possono essere risolti nel corso dell'era quantistica delle prime fasi dell'universo



Nebulosa ad elica (NGC 7293)

Perché una cosmologia quantistica? Tradizionalmente la cosmologia è un ramo dell'astronomia che si occupa dello studio della struttura dell'universo nella sua globalità. La teoria quantistica, d'altro canto, descrive sistemi microscopici come le molecole, gli atomi e i lori componenti. A prima vista «cosmologia quantistica» sembrerebbe una contraddizione in termini. Come può una teoria che analizza piccoli sistemi dire alcunché di rilevante a proposito del più grande sistema concepibile, l'universo? La risposta è semplice; «la teoria quantistica diventa importante per la cosmologia quando l'universo nella sua globalità è molto piccolo». Ma l'universo allo stato attuale non è affatto piccolo! I suoi confini osservabili si estendono sino a distanze dell'ordine dei 10^{26} metri o, equivalentemente, a circa diecimila milioni di anni luce. Tuttavia le osservazioni ci dicono che l'universo si va espandendo suggerendo così che la sua misura caratteristica fosse, in passato, molto più piccola di oggi. Quanto piccola?

A questo punto, dobbiamo integrare le osservazioni con la teoria. La teoria ideale per discutere la struttura in grande scala dell'universo è la teoria generale della relatività di Einstein. I modelli dell'universo proposti da A. Friedmann nel 1922 in accordo con le equazioni di questa teoria portano alla conclusione che l'universo ha avuto origine a distanza di tempo finita dalla nostra era con una gigantesca esplosione, il big-bang. In realtà, lo stato descritto come big-bang è tale che ogni trattazione matematica del comportamento fisico dell'universo, in quello stato, perde senso.

I matematici definiscono questo stato come «singolare». I fisici lo identificano con l'o-

rigine dell'universo principalmente perché non ha senso tracciare la storia precedente a quello stadio. Si ritiene che l'universo sia «stato creato» tra i dieci e i quindicimila milioni di anni fa.
Noi assumeremo che a contare il tempo t si sia iniziato in quell'epoca che fu dunque in $t = 0$.
Più ci avviciniamo al periodo del big-bang, più piccolo è il volume di qualsiasi sottoregione che abbia preso parte all'espansione. Potremmo associarvi un fattore di scala S che tende a 0 all'epoca del big-bang $t = 0$. È così che incontriamo la situazione in cui la teoria quantisica diviene applicabile all'universo in prossimità dell'inizio della sua storia. Quando esattamente la teoria quantistica ha importanza per l'universo? Un criterio generale stabilisce se un fenomeno fisico deve essere trattato con regole classiche o quantistiche. Queste ultime si applicano quando

$$J \leq \hbar$$

dove J è l'azione classica per quel sistema fisico e $\hbar$ è la costante di Planck *(h)* divisa per 2π.
Riferendo questa condizione al sistema cosmologico, essa si traduce in un intervallo di tempo primordiale dato da

$$t_p = \frac{(G\hbar)^{1/2}}{c^{5/2}}$$

dove G è la costante gravitazionale e c è la velocità della luce. Sostituendo i valori di G, $\hbar$ e c otteniamo il valore incredibilmente piccolo

$$t_p \cong 5 \times 10^{-44} \text{ secondi}$$

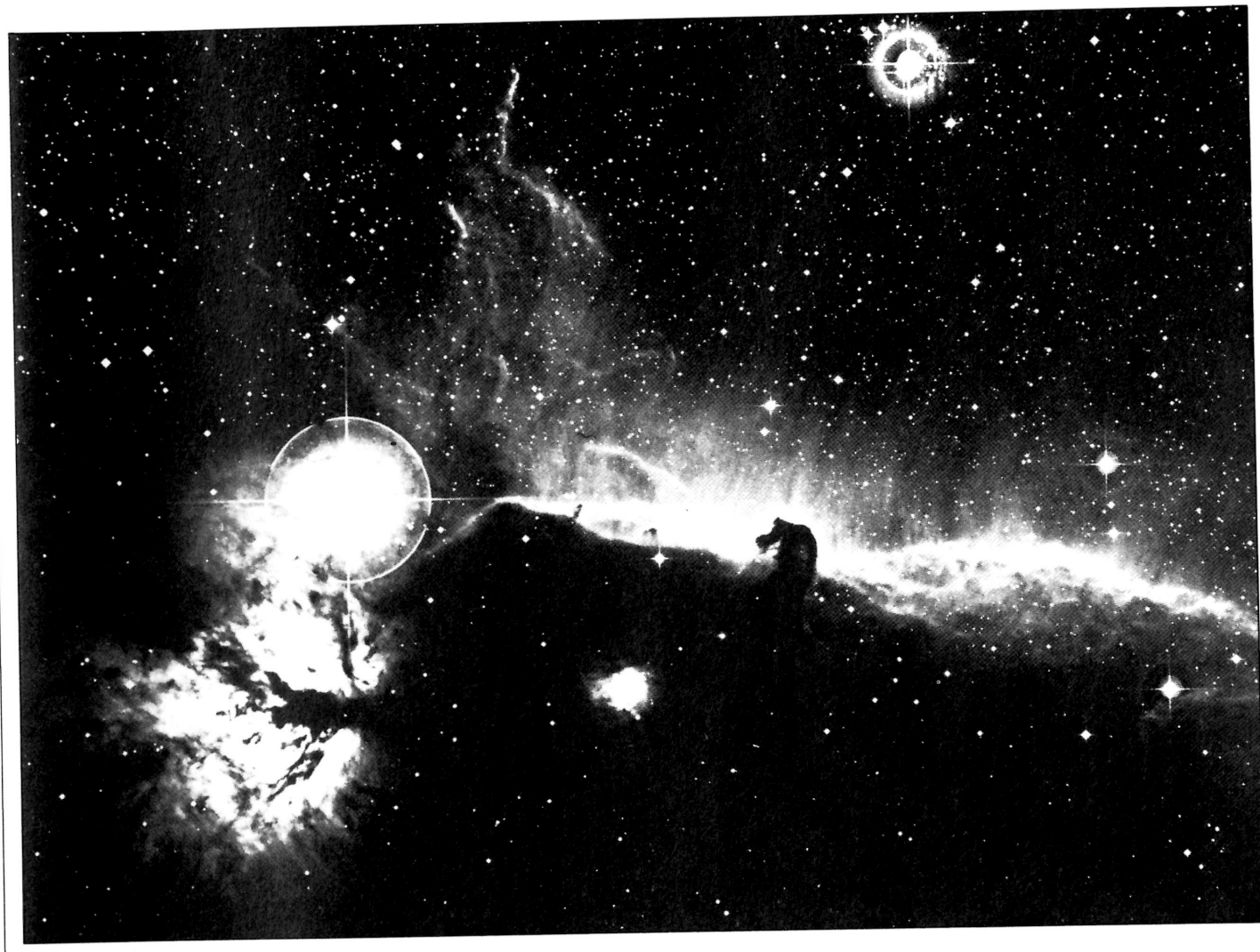
Il piccolo valore di t_p (spesso chiamato «epoca di Planck») ci dice perché la cosmologia quantistica non è utilizzabile nell'attuale fase dell'universo. In rapporto a t_p otteniamo la lunghezza caratteristica $l_P \sim 1.6 \times 10^{-35}$ metri a cui diventano interessanti gli effetti quantistici. Questo valore è di 61 ordini di grandezza inferiore alla lunghezza caratteristica associata all'universo attuale. Così la cosmologia quantistica ha avuto il suo ruolo nei primissimi momenti dell'universo e non oltre. Si trattò di un ruolo importante? Se lo fu, dobbiamo prendere seriamente in considerazione la cosmologia quantistica nonostante il suo breve intervallo di applicazione.
Che la teoria quantistica offra variazioni significative dei risultati classici è stato ampiamente dimostrato in elettrodinamica. Un esempio ci verrà utile nella discussione che segue: l'esempio dell'atomo di idrogeno.
La teoria classica ci dice che un elettrone non può continuare in eterno la sua orbita attorno al nucleo perché nel muoversi emette radiazioni, e la sua distanza r dal nucleo diminuisce. La scala di tempo classica per questa diminuzione è $\tau \sim e^2 / mc^3$ dove e è la carica elettrica e m la massa elettronica. Il valore numerico di τ è molto piccolo: 10^{-23} secondi! Chiaramente, l'atomo di idrogeno non vive così poco. La difficoltà è risolvibile dal punto di vista quantistico che prova che l'atomo di idrogeno esiste in un numero di stati stazionari aventi una dimensione media r che assume valori diversi da zero secondo una sequenza discreta.
Quali grandi problemi della cosmologia classica potrebbero essere risolti dalla cosmologia quantistica? Dapprima descriveremo tre di questi problemi, poi ne tratteremo la soluzione.

Singolarità, orizzonte e piattezza.

Abbiamo già accennato alla singolarità. Altrove in fisica l'esistenza di quantità infinite o indefinibili è considerata come un sintomo dell'incompletezza della teoria fisica di base. Applicando lo stesso criterio, anche la singolarità del big-bang dovrebbe essere vista come il riflesso dell'incompletezza della cosmologia classica (adottare un qualsiasi altro punto di vista significa dare alla singolarità dignità di cosa metafisica!). La cosmologia quantistica può offrire un quadro più completo?
Una difficoltà collegata è quella dell'orizzonte delle particelle che sorge nel modo seguente. Si consideri un osservatore O a un tempo t dopo il big-bang. Si immagini poi un altro osservatore P a distanza r da O che cerchi di interagire fisicamente in un qualunque modo con O. Poiché tutte le interazioni fisiche viaggiano al massimo alla velocità della luce, il tempo impiegato dal segnale di P per raggiungere O sarà almeno r/c. Chiaramente se t è così piccolo da essere minore di r/c, il segnale non raggiungerà O. In altre parole solo quegli osservatori P la cui distanza soddisfa la diseguaglianza

$$r \leqslant ct$$

saranno in grado di interagire fisicamente con O. Questa limitazione è nota come «orizzonte delle particelle».
L'esempio di cui sopra può essere generalizzato a tutti i modelli del big-bang. Il fatto che tutti abbiano orizzonti delle particelle pone la seguente difficoltà. Si immagini un istante che sta soltato 10^{-37} secondi dopo il big-bang. La misura dell'orizzonte particellare in quel momento era circa 3×10^{-29} metri. Così, due punti P e Q separati, diciamo, da un centinaio di volte quella distanza sono totalmente tagliati fuori da ogni ambito diretto di influenza reciproca, né tantomeno si sovrappongono i loro orizzonti (figura 1). Quindi non c'è modo concepibile in cui P o Q possono essere a conoscenza delle condizioni fisiche esistenti nello spazio dell'altro.
Date queste premesse, è molto strano che ciò che rimane di quel primitivissimo periodo mostri una considerevole uniformità. Ancor più sconcertante è l'uniformità del fondo di microonde cosmiche. Se si accetta questa uniformità nella primissima fase dei 10^{-37} secondi, se ne deve dedurre che i punti separati l'uno dall'altro sino a 10^{26} volte il raggio dell'orizzonte particellare erano sottoposti alle stesse condizioni fisiche. Perché mai? Abbiamo scelto in questa discussione la fase dei 10^{-37} secondi perché attorno a questo periodo la Grande Teoria Unificata (GUT) inizia a presentare rotture di simmetria, e la composizione dell'universo in termini di particelle, anti particelle e radiazioni viene più o meno congelata. Spostando la considerazione ad una fase in qualche misura posteriore a questa, la natura della difficoltà non cambia.
Il problema dell'orizzonte può essere eliminato con l'aiuto della cosmologia quantistica? Un'altra difficoltà dei modelli standard del big-bang va sotto il nome di «problema della piattezza». Può essere seguito con l'aiuto della figura 2. Il diagramma illustra una variazione dei modelli di Friedmann in cui tutto comincia a $t = O$. Le curve illustrano come i modelli si espandono in relazione al tempo; l'espansione è indicata dall'aumento del fattore di scala S. La separazione lineare tra le particelle della materia cresce col tempo in proporzione ad esse. Tuttavia, non tutti i modelli continuano ad espandersi; alcuni si fermano e si contraggono sino a $S = O$ (il big-crunch contrapposto al big-bang), altri si espandono all'infinito.
Le equazioni gravitazionali di Einstein ci dicono che il comportamento dinamico di un modello è in relazione alla geometria del suo spazio. Se lo spazio ha una curvatura positiva il modello sarà soggetto ad una eventuale contrazione, mentre se lo spazio ha una curvatura negativa il modello si espanderà all'infinito. Tra questi sta il caso speciale in cui lo spazio è piatto (con curvatura pari a zero). Lo spazio piatto corrisponde a una precisa relazione tra la densità di materia ϱ



Nebulosa Testa di cavallo (IC 434)

e il periodo t

$$\varrho_c = \frac{1}{18\ \pi\ Gt^2}$$

Inoltre confrontando la densità ϱ di ogni altro modello con ϱ_c in qualsiasi momento troviamo che, definendo

$$\Omega = \varrho/\varrho_c$$

Ω è maggiore di uno per spazi di curvatura positiva, minore di uno per curvatura negativa.
Con ciò si è impostato il problema della piattezza: la differenza / Ω - 1 / per ogni modello tende a zero per t tendente a zero. Nella figura 2 tutte le curve confluiscono per $t \rightarrow \rightarrow 0$. Perché mai questo è un problema? Perché le misure attuali ci dicono che / Ω-1 / varia da $\sim$ 0.1 a 5, e questo intervallo, contratto sino ai primi 10^{-37} secondi, corrisponde ad un intervallo di valori di Ω che, a quell'epoca, era non superiore a $\sim 10^{-50}$.
In altre parole, per raggiungere l'incertezza attualmente osservata di 0.1 - 5, il parametro di densità Ω doveva differire dal valore $\Omega = 1$, critico per la determinazione della curvatura, di appena una parte su 10^{50} all'epoca in cui la teoria GUT era già applicabile.
Persino una piccolissima deviazione da questo valore porterebbe ad un universo enormemente differente da quello che oggi osserviamo. Perché fu necessaria questa coincidenza?
La cosmologia quantistica può offrire una spiegazione plausibile di questi effetti?

Quantizzazione conforme

Come dovremmo quantizzare la gravità? La risposta non è semplice perché la gravità, secondo la teoria generale della relatività di Einstein è diversa dalle altre forze convenzionali. Gli effetti gravitazionali si manifestano attraverso la geometria non euclidea dello spazio e del tempo. I metodi tradizionali per quantizzare i campi ordinari sullo sfondo dello spazio e del tempo della relatività speciale (spaziotempo di Minkowski) so-

no difficilmente adattabili e interpretabili nel contesto della gravità.
C'è tuttavia un approccio praticabile seppur non così generale come desidererebbero i puristi, ma di ammirevole adattabilità alle questioni cosmologiche sollevate.
Questo metodo si basa sulla quantizzazione dei soli gradi di libertà conformi della geometria dello spaziotempo. Cosa sono i gradi di libertà conformi?
Per identificarli consideriamo prima la regola per misurare la distanza tra due punti P e Q vicini nello spaziotempo. Supponiamo che le differenze tra le coordinate di P e Q siano (l_1, l_2, l_3, l_4), l'ultima delle quali sia la differenza di coordinate temporali. Nella geometria euclidea, con l_1, l_2, l_3 come differenze delle coordinate cartesiane, la distanza spaziale l tra P e Q è data dal teorema di Pitagora

$$l^2 = l_1^2 + l_2^2 + l_3^2$$

Nello spaziotempo di Minkowski, la relatività speciale modifica questa formula in

$$s^2 = l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 - l_4^2/c^2.$$

Nella relatività generale non siamo costretti dalle coordinate cartesiane, e la formula di cui sopra viene modificata in una generale forma quadratica

$$s^2 = \sum_{i,\,k\,=\,1}^{4} g_{ik}\, l_i\, l_k.$$

Qui g_{ik} sono funzioni dello spazio e del tempo, e la segnatura della forma quadratica è $(+\ +\ +\ -)$. Poiché la forma di s^2 non varia per trasformazione delle coordinate, il numero delle g_{ik} indipendenti è solo 6. Si scriva

$$g_{ik} = Q^2\, h_{ik}$$

dove

$$Q = [-\det \| g_{ik} \|]^{1/8}$$

Allora Q denota i gradi di libertà conformi. Per geometrie dello spaziotempo con un differente Q, ma con lo stesso h_{ik}, il rapporto fra le lunghezze in ogni punto o gli angoli formati da due direzioni a un punto sono le stesse. Il fattore conforme Q denota l'allungarsi o il restringersi delle lunghezze. Poiché Q può variare arbitrariamente da punto a punto, è infinito il numero dei gradi di libertà in esso contenuto.
Perché la quantizzazione di Q è più direttamente collegata alla cosmologia? Perché nei modelli classici il big-bang è dovuto all'annullarsi del fattore di scala S e quindi del fattore conforme Q.
L'analogia con l'atomo di idrogeno ci dice che Q ha il ruolo della separazione radiale r tra l'elettrone e il protone, dove gli h_{ik} corrispondono alle coordinate angolari.
Restringendo la nostra considerazione soltanto a Q, otteniamo senza dubbio una versione limitata della gravità quantistica, ma speriamo che questo ci dia una risposta alle domande a cui siamo interessati.
Ci sono due vantaggi pratici in questo approccio. Il primo sta nel fatto che, sebbene questo schema porti a geometrie spaziotemporali con valori diversi di Q, tutti condividono la stessa struttura causale. Questo accade poiché variando Q, non variano i coniluce.
In altre parole, lo svolgimento delle interazioni fisiche non è intaccato da nessun cambiamento quantistico della geometria spaziotemporale. Limitandoci soltanto a gradi di libertà conformi, eliminiamo perciò un problema che sorge nell'approccio completamente generale alla gravità quantistica, e cioè di come descrivere la fisica nelle transizioni quantistiche delle geometrie spaziotemporali che non conservano relazioni causali.
Secondo vantaggio è che il metodo di Feynman della somma sui cammini ci mette in condizione di quantizzare Q in circostanze generali. Il fatto che possano essere ottenute le espressioni esatte per i propagatori quanto-meccanici ci mette in condizione di fare affermazioni non ambigue a proposito delle primissime fasi dell'universo.

Risultati

La tecnica matematica e i risultati ottenuti nel corso degli ultimi anni sono stati esposti recentemente da J. V. Narlikar e T. Padmanabhan *(Physics Reports C100,* 151-200, 1983). Se ne dà di seguito un breve resoconto.
In primo luogo, in contrasto con la soluzione classica che dà per Q una funzione unica e definita dello spazio e del tempo, la soluzione quantistica parla dell'«ampiezza probabilistica» di come Q si potrebbe comportare come funzione. C'era da aspettarselo, viste le altre esperienze con la teoria quantistica: la indeterminazione quantistica sostituisce i risulati deterministici della fisica classica. L'aspetto imprevisto del nostro lavoro è che la indeterminazione quantistica aumenta infinitamente all'epoca del big-bang!
Normalmente una piccola indeterminazione implica che possiamo «avere fiducia» nella soluzione classica. D'altro canto una maggiore indeterminazione ci costringe a non affidarci alla soluzione classica e a parlare della storia passata dell'universo in termini di probabilità quantistica.
Così possiamo visualizzare un numero infinito di possibili storie dell'universo, tutte coerenti col suo attuale stato. Tuttavia non tutte implicano una singolarità spaziotemporale a $t = O$.
Quelle soluzioni che contemplano tale singolarità a $t = O$ possono, insieme alla soluzione classica, essere raggruppate nella classe singola C_S, mentre quelle che non la contemplano possono essere raggruppate nella classe complementare C_{NS}. I nostri calcoli mostrano che la probabilità che la storia dell'universo appartenga alla classe C_S è sempre più piccola!
In altre parole, è schiacciante la probabilità che l'universo non abbia avuto nel passato uno stato singolare. Il problema della singolarità ci sembra, dunque, di origine puramente classica esattamente come la brevità della vita dell'atomo di idrogeno era il risultato soltanto dell'elettrodinamica classica. Come per l'atomo di idrogeno, si possono cercare e trovare per l'universo stati stazionari non singolari con lunghezza caratteristica l_p.
Sbarazzarsi della singolarità porta anche ad eliminare l'orizzonte delle particelle. Così, senza barriere a $t = O$ possiamo prolungare il cono-luce verso il passato di ogni osservatore a epoche arbitrarie, fino a $t = -\infty$, assicurando tempo sufficiente per una mutua comunicazione e omogeneizzazione tra le diverse parti dell'universo. Dunque l'isotropia della radiazione di fondo nel campo delle microonde non richiede condizioni iniziali particolari.
Infine, per risolvere il problema della piattezza possiamo immaginare la seguente situazione. Supponiamo che inizialmente l'universo fosse vuoto: un vuoto ideale. Dal punto di vista classico il vuoto rimane vuoto per sempre. Nella cosmologia quantistica conforme il vuoto non è stabile, ma compie transizioni a stati non-statici riempiti di materia. Qui, di nuovo, possiamo calcolare le probabilità di transizione a vari stati conformi dell'universo inizialmente vuoto. Troviamo una probabilità enorme che l'universo vada in un modello di Friedmann in cui lo spazio è piatto. L'apparente aggiustamento delle primissime fasi dell'universo sembra così essere una conseguenza delle regole quantistiche operanti a quell'epoca.