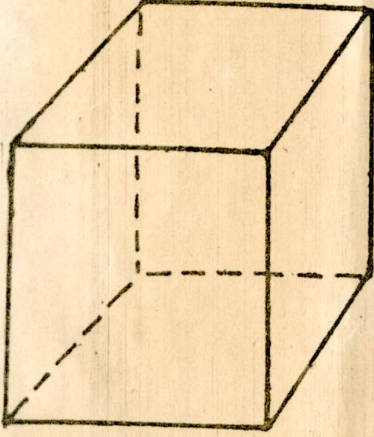


हांबी, क्षेत्रफळ आणि घनफळ

चित्र क्रमांक १ मध्ये अंक घनाकृती ठोकळा दाखवला आहे. समजा, त्याची प्रत्येक बाजू अंक सेंटिमीटर आहे, तर त्याचे पृष्ठभागाचे क्षेत्रफळ किती? त्याचप्रमाणे त्याचे घनफळ किती असेल?



चित्र क्र. १

गणित सोपे आहे. ह्या आकृतीच्या पृष्ठभागात अंकूण सहा चौरस आहेत प्रत्येकाचे क्षेत्रफळ अंक वर्ग सेंटिमीटर आहे. म्हणजे अंकंदर पृष्ठभागाचे क्षेत्रफळ = ६ वर्ग सेंटिमीटर त्याचप्रमाणे ठोकळाचा घनफळ = $1 \times 1 \times 1 = 1$ घन सेंटिमीटर.

आता समजा, त्या ठोकळाची प्रत्येक बाजू लांब करून पहिल्यापेक्षा दसपट केली, तर त्याच्या पृष्ठभागाचे क्षेत्रफळ $6 \times 10 \times 10 = 600$ वर्ग सेंटिमीटर आणि त्याचे घनफळ $10 \times 10 \times 10 = 1000$ घन सेंटिमीटर (किंवा अंक लिटर) अितके भरेल.

म्हणजे क्षेत्रफळ शंभरपटींनी आणि घनफळ हजारपटींनी वाढले! जितक्या प्रमाणात प्रत्येक बाजू वाढली त्याहून त्रास्त प्रमाणात क्षेत्रफळ आणि त्याहूनही त्रास्त प्रमाणात घनफळ वाढते.

ह्या सोप्या नियमाची प्रात्यक्षिके व्यवहारात अनेक ठिकाणी आढळतात. हत्तीअेवढा ससा!

अेखाद्या लहान मुलाने विचारण्या-योगा प्रश्न आहे "हत्तीअेवढा मोठा ससा तं नसतो?" त्याचे उत्तर वरील सिद्धा-त्ताच्या मदतीने देता येईल.

अेखाद्या माणसाचा आकार सर्व जूनी दसपट वाढवला. म्हणजे साडे-च फुटी माणसाचा पंचावज्र फूट अंच अस तयार होईल! कारण त्याचे फळ 1000 पटींनी वाढले आणि शारी-

गणितातल्या गुमतीजगती

हत्तीअेवढा ससा ?

रिक बदल झाले नाहीत असे गृहीत धरले तर त्याचे वजन 1000 पटींनी वाढेल. म्हणजे मुळात पन्नास किलो वजन असले तर त्याचे वजन पन्नास हजार किलो म्हणजे पन्नास टन होईल. हे वजन त्याला पेलेल काय? वजन पेलायचे काम शरीरातली हाडे करतात. हाडांचे क्षेत्रफळ जितके जास्त तितकी ती जास्त सुगमतेने वजन पेलू शकतात. आता ह्या राक्षसाच्या हाडांचे क्षेत्रफळ मूळ माणसाच्या हाडांच्या क्षेत्रफळाहून 100 पट जास्त आहे. - पण त्यांना वजन पेलायचेय ते पूर्वीच्या 1000 पटीने आहे. त्यामुळे हाडांना पूर्वीच्या तुलनेने दसपट बोजा सहन करावा लागणार. मांडीच्या हाडांना तरी अितका बोजा पेलवणार नाही.

म्हणून ह्या राक्षसाने पावले अुचलली की त्याची हाडे कडाकडा मोडणार!

सृष्टीत प्रत्येक प्राण्याच्या आकाराचा त्याच्या शारीरिक रचनेशी घनिष्ठ संबंध असतो. अमूक त-हेचा प्राणी अमूक अंक आकारमानाच्या पल्ल्यातच जगू शकतो असे वरील गणित सांगते. त्यामुळे हत्ती अेवढा ससा परिकथात असेल पण ह्या पृथ्वीवर तरी त्याला स्थान नाही!

'योग्य आकार असणे'

वरील शीर्षकाचा अंक लघुनिबंध प्रख्यात प्राणिशास्त्रज्ञ प्रोफेसर जे. बी. अेस. हॉलडेन यांनी अनेक वर्षांपूर्वी लिहिला असून त्यात वरील अुदाहरण दिले आहे. त्या लेखातले आणखी काही विचार पुढे देत आहे.

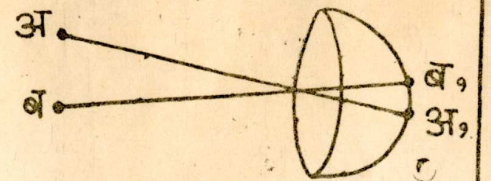
मोठे असणे नेहमीच हानिकारक असते असे नाही. याचे अंक अुदाहरण हॉलडेन यांनी दैनंदिन जीवनातले दिले आहे, ते असे. आपण आंधोळ केली की अंग पुसण्यापूर्वी आपल्या शरीरावर पाण्याचा बारका थर असतो. त्या पाण्याचे वजन साधारण 400 ग्रॅम अितके असते. माणसाच्या स्वतःच्या वजनाच्या ते अंक टक्क्याहूनही कमीच असल्याने त्याला ते

जाणवत नाही. पण अुंदराला आंधोळ घातली तर? त्याचा पृष्ठभाग मनुष्याच्या पृष्ठभागापेक्षा पुष्कळ कमी असल्याने त्याच्यावर साठलेले पाणी त्याच प्रमाणात 400 ग्रॅमपेक्षा कमी असणार. परंतु त्याचे घनफळ माणसाच्या घनफळापेक्षा पुष्कळच कमी असणार. त्यामुळे त्याच्या अंगावर साठलेले पाणी जवळजवळ त्याच्या स्वतःच्या वजनाअितके भरते! स्वतःच्या वजनाअितके पाणी अंगावर वाहून नेणे किती त्रासाचे आहे हे प्रत्यक्ष अनुभवाने पाहावे! अुंदरापेक्षा लहान आकाराचा प्राणी पाण्यात बुचकळल्यावर आणखीनच बिकट परिस्थितीत सापडेल. अुदाहरणार्थ ओली माशी!

साधारण 4000 अुंदरांचे वजन मनुष्याच्या वजनाअितके भरेल. ते सर्व अुंदीर दिवसभरात किती अन्न खातात आणि श्वासासाठी किती ऑक्सिजन घेतात हे पाहिले तर ते सामान्य माणसाच्या 10 पटींनी असते. याचे कारण काय? माणूस शरीराच्या पृष्ठभागातून अुष्णता बाहेर सोडतो. आपले तपमान स्थिर राहाण्यासाठी अन्न प्राशन करून त्यातून तो शरीराबाहेर गेलेली अुष्णता भरून काढतो. त्यामुळे तो किती खातो हे त्याच्या पृष्ठभाग आणि अंकंदर वजन याच्या गुणोत्तर (Ratio) वर अवलंबून आहे. अुंदराच्या बाबतीत हे प्रमाण माणसाच्या 10 पट अं तें. (वर दिलेल्या नियमाप्रमाणे $10 \times 10 \times 10$ हे जवळजवळ 4000 आहे हे सुज वाचकांच्या लक्षात आले असेलच.) अंग गरम ठेवण हे मोठ्या प्राण्यांपेक्षा छोट्या प्राण्यांना अवघड जाते. म्हणून थंड भागात मोठे प्राणीच अधिक आढळतात!

डोळस प्राणी

डोळ्याच्या आकाराला पण डोळसपणाच्या दृष्टीने महत्त्व आहे. डोळ्याच्या मागच्या भागातल्या पडद्यावर बाहेरील विश्वाचे प्रतिबिंब पडते आणि त्या प्रतिबिंबांच्या आधारे मेंदू 'पाहाण्या'चे काम करतो. कुठलीही वस्तू स्पष्ट दिसायला तिच्या वेगवेगळ्या भागांचे प्रतिबिंब वेगळे पडले पाहिजे. (पाहा चित्र क्रमांक २).



चि. क्र. २

(पान ५५ वर)

मर्यादा आहे आणि ती घातली आहे
प्रकाशाच्या 'वेव्ह लेंग्थ' ने. (वेव्हलेंग्थ
म्हणजे प्रकाशलहरीची लांबी). त्यामुळे
अ आणि ब हे फार जवळ असले (म्हणजे
वरील मर्यादेचे अल्लंघन झाले) तर अ आणि
ब हे वेगळे दिसत नाहीत.

ह्यामुळे मोठ्या आकाराच्या
डोळ्याला जास्त स्पष्ट दिसू शकते आणि
त्यामुळे लहान प्राण्यांचे डोळे त्यांच्या
शरीराच्या तुलनेने शक्य तितके मोठे
ठेवायचा निसर्गाचा प्रयत्न असतो. तरी
त्यांचे डोळे माणसांअतके कार्यक्षम नसतात.
(अुंदराला सहा फुटांवरून दोन माणसांच्या
चेहऱ्यातला फरक ओळखता येणार नाही!)
त्याअुलट मोठ्या प्राण्यांचे डोळे त्यांच्या
शरीराच्या मानाने मोठे असत नाहीत.
कारण तितक्या मोठ्या डोळ्यांची त्यांच्या
जीवनाला आवश्यकता नसते. हत्तीचे डोळे
माणसाच्या डोळ्यांच्या मानाने फार मोठे
नसतात. प्राणिशास्त्रातही गणिताला वाव
असतो हे हॉलडेनसाहेबांच्या विधानांनी
साबित केले आहे.